

## 第 13 回 実用 PID に向けての工夫(その 1)

### 1. 生まれた理論はそのまま使えるか？

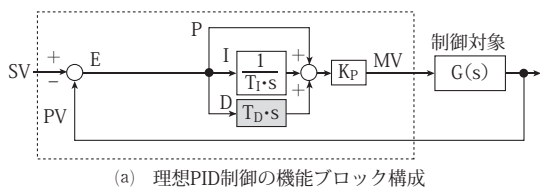
一般に、いくら理論的にすぐれていても、現場のニーズや制約および制御対象の特性との整合の悪い制御技術は使われないし、たとえ使われたとしても長く使用されないで衰退して行く。このことは長い制御の歴史によって証明されている。つまり、制御理論を現場に適用する場合には、数学的論理だけでなく、制御に関連する操作端やプロセスの機械的、物理的特性との整合性や運転制御上のニーズや制約などが大きな障壁となり、これを工夫に工夫を重ねて乗り越えなければ、安心して使える制御技術にならないということである。

PID 制御の場合も例外ではなく、実際の現場で安心して使用できるように各種の工夫が加えられている。

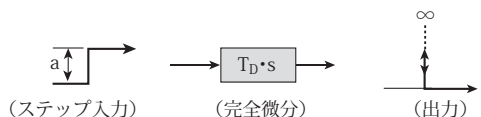
何も付加しない、そして何も削除しない、いわゆる生まれたままの PID 制御は「理想 PID 制御」と呼ばれ、(13.1) 式で表され、その機能ブロック構成は第 13.1 図(a)に示すようになっている。

$$C(s) = \frac{MV(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right) \quad \dots(13.1)$$

$C(s)$  : PID 制御伝達関数、 $MV(s)$  : 操作信号  
 $E(s)$  : 偏差、 $K_p$  : 比例ゲイン  
 $T_i$  : 積分時間、 $T_d$  : 微分時間



(a) 理想PID制御の機能ブロック構成



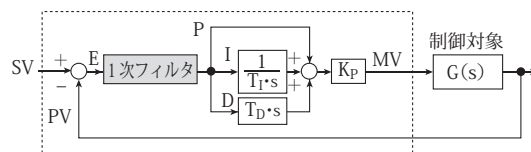
(b) 完全微分のステップ入力応答

第 13.1 図 理想 PID 制御と完全微分のステップ入力応答

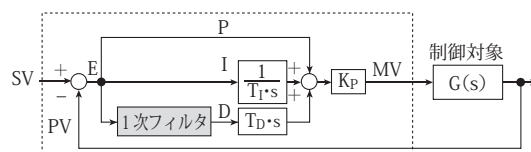
この理想 PID 制御は微分項が「完全微分」( $T_d \cdot s$ )で構成されているのが特徴である。このため、圧力、流量、レベル、温度や成分などの制御量の計測信号に重畳している高周波ノイズ（実際の監視や制御上意味を持たず有害な信号成分）が完全微分によって過度に増幅拡大されて、制御系を不安定にするという問題がある。さらに第 13.1 図(b)に示すように、偏差のステップ変化に対する完全微分の出力波形は線状となり、操作端にエネルギーを与えることができないために、操作端は応動せず、本来の微分機能を発揮させることができないという問題もある。

### 2. 1 次フィルタの入れ方

そこで、生まれたままの「理想 PID 制御」の完全微分が持つ問題点を除去して、「実用 PID 制御」とする目的で、偏差信号に含まれる高周波信号成分を抑制するローパス・フィルタ、つまり 1 次遅れフィルタを入れて、入力信号の高周波域のゲインと位相を制限する方法をとる。



(a) 偏差Eに1次遅れフィルタを付加



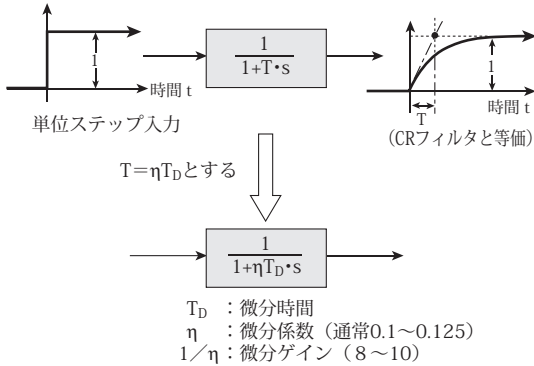
(b) 微分項に1次遅れフィルタを付加

第 13.2 図 高周波信号成分抑制用 1 次遅れフィルタの挿入場所

この 1 次遅れフィルタの入れ方として、第 13.2 図(a)、(b)に示す 2 通りの方法がある。まず第 1 は 1 次遅れフィルタを偏差 E に入れるもので第 13.2 図(a)に示す方法であり、第 2 は微分項の入力のみに入れるもので第 13.2 図(b)に示す方法である。

### 3. 具体的 1 次遅れフィルタの形式

1 次遅れフィルタの形式は第 13.3 図に示すように、最も基本的なもので、その時定数 T を (13.2) 式のように選定する。



第 13.3 図 高周波信号成分抑制用フィルタ

$$T = \eta \cdot T_D \cdot s \quad \dots (13.2)$$

$T_D$  : 微分時間

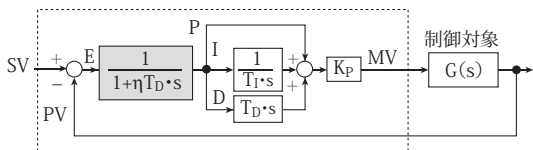
$\eta$  : 微分係数

(通常 0.1 ~ 0.125、 $1 / \eta = 8 \sim 10$ )

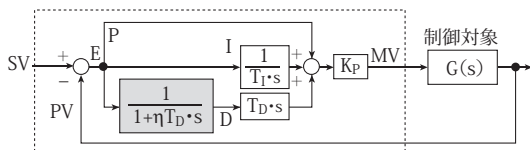
したがって、挿入する 1 次遅れフィルタの具体的な伝達関数は (13.3) 式ようになる。

$$1 / (1 + T \cdot s) = 1 / (1 + \eta \cdot T_D \cdot s) \quad \dots (13.3)$$

この伝達関数を持った 1 次遅れフィルタを偏差 E に入れた実用 PID の原形を第 13.4 図(a)に、微分項の入力側のみに入れた実用 PID の原形を第 13.4 図(b)に示す。



(a) 偏差 E に 1 次遅れフィルタを付加



(b) 微分項に 1 次遅れフィルタを付加

第 13.4 図 高周波信号成分抑制用 1 次遅れフィルタの挿入場所

### 4. 実用 PID の伝達関数

高周波信号成分抑制用 1 次遅れフィルタの挿入場所によって、実用 PID の伝達関数は 2 種類のものが生まれる。

#### (1) 実用・干渉 PID

第 13.4 図(a)に示す 1 次遅れフィルタを偏差に入れて、PID に入る偏差信号 E に含まれる高周波成分を抑制するようにした構成の PID の伝達関数  $C(s)$  を求めると、(13.4) 式となる。

$$\begin{aligned} C(s) &= K_P \left( \frac{1}{1 + \eta \cdot T_D \cdot s} \right) \left( 1 + \frac{1}{T_I \cdot s} + T_D \cdot s \right) \\ &= K_P \frac{1 + T_I \cdot s + T_I \cdot T_D \cdot s^2}{T_I \cdot s (1 + \eta T_D \cdot s)} \\ &= K_P \frac{1 + (T_I + T_D)s + T_I \cdot T_D \cdot s^2 - T_D \cdot s}{T_I \cdot s (1 + \eta T_D \cdot s)} \\ &\doteq K_P \frac{(1 + T_I \cdot s)(1 + T_D \cdot s)}{T_I \cdot s (1 + \eta T_D \cdot s)} \\ &= K_P \frac{(1 + T_D \cdot s)}{(1 + \eta T_D \cdot s)} \left( 1 + \frac{1}{T_I \cdot s} \right) \quad \dots (13.4) \end{aligned}$$

(13.4) 式は微分時間  $T_D \neq 0$  のとき、つまり微分動作が存在するときには、微分(D)動作が比例(P)動作および積分(I)動作に影響を与えることから「実用・干渉形 PID」と呼ばれている。この機能ブロック構成を第 13.5 図(a)に示す。この形式の PID は比較的多く使用されている。

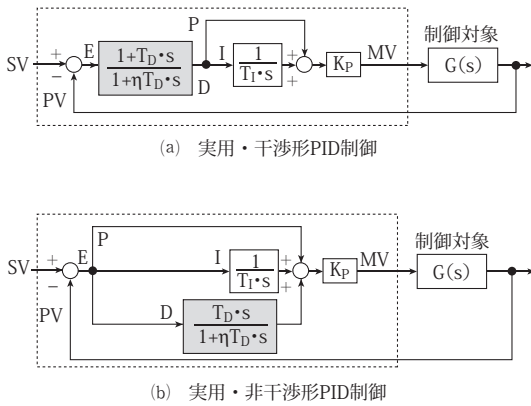
#### (2) 実用・非干渉形 PID

第 13.4 図(b)に示す 1 次遅れフィルタを微分項の入力側に入れて、D 動作に入る偏差信号 E に含まれる高周波信号成分のみを抑制するようにした構成の PID の伝達関数  $C(s)$  を求めると、(13.5) 式となる。

$$C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I \cdot s} + \frac{T_D \cdot s}{1 + \eta T_D \cdot s} \right) \quad \dots (13.5)$$

(13.5) 式は PID の各動作が完全に独立しており、他の動作に影響を及ぼさないことから「実用・非干渉形 PID」と呼ばれている。この機能ブロック構成を第 13.5 図(b)に示す。この形式の PID は非常に多く使用されている。

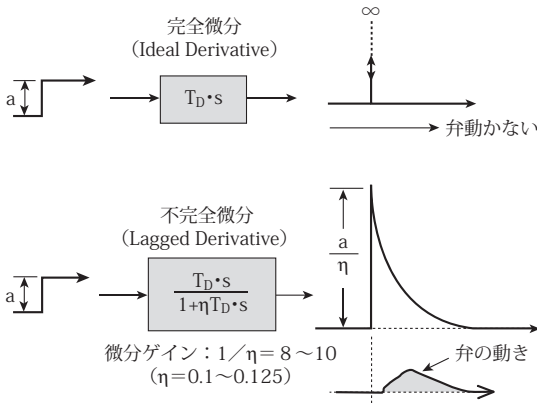
生まれたままの「理想 PID」の微分が完全微分 (ideal derivative) で構成されていたのに対して「実用・非干渉 PID」の微分は遅れを持った微分、つまり「不完全微分」(lagged derivative) で構成されているのが、大きな特徴である。



第 13.5 図 実用 PID 制御の 2 つの形式

### 5. 完全微分と不完全微分の比較

第 13.6 図に大きさ  $a$  のステップ入力を与えたときの完全微分と不完全微分の出力応答波形の比較を示す。この図から、不完全微分は完全微分に対して、つぎのような大きな特徴を持っていることが読み取れる。



第 13.6 図 完全微分と不完全微分のステップ応答比較

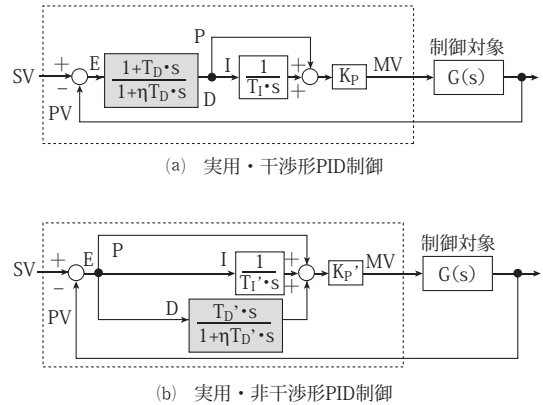
- ① 微分ゲインが  $1/\eta$  となり、入力に対する出力の上限を有限値に設定できる(通常  $\eta = 0.1 \sim 0.125$  で、微分ゲイン  $1/\eta$  は  $10 \sim 8$  となる)
- ② 入力のステップ変化に対して、微分面積が生じて操作端を実際に応動させることができるため、微分動作が有効に働く。

このように不完全微分は実用上、すぐれた特性を持っており、実際に多用されているにもかかわらず、日本語呼称では微分の前に「不完全」という言葉が付加されているため、しばしば誤解されてしまう。「完全微分があるのに、なぜわざわざ不完全微分を使用するのか?」と質問を受けることがよくある。このような誤解をさけるために、「不完全微分」のことを「実用微分」と呼んだ

方が実態に合うと考えるが如何なものだろうか?

### 6. PID パラメータ値の変換

制御システムのリプレースなどのときに、制御方式を干渉形 PID から非干渉形 PID に、また逆に非干渉形 PID から干渉形 PID に置き換える場合、PID パラメータ値はどのようになるかを考えてみる。第 13.7 図に示すように実際には微分としては、不完全微分を使用する。しかし、PID パラメータ値の相互置換式を求める場合は PID 制御基本式で検討すれば良く、微分としては完全微分式を用いる。



変換式	$\begin{aligned} K_P' &= K_P(1+T_D/T_I) \\ T_I' &= T_I(1+T_D/T_I) \\ T_D' &= T_D/(1+T_D/T_I) \end{aligned}$
-----	---

第 13.7 図 干渉形 PID パラメータ値⇄非干渉形 PID パラメータ値の変換

現用の制御方式の干渉形 PID の伝達関数を  $C(s)$  とすると (13.6) 式となる。

$$C(s) = K_P(1+T_D \cdot s) \left( 1 + \frac{1}{T_I \cdot s} \right) \quad \dots(13.6)$$

置き換える新しい非干渉形 PID の伝達関数  $C'(s)$  を (13.7) 式とする。

$$C'(s) = K_P' \left( 1 + \frac{1}{T_I' \cdot s} + T_D' \cdot s \right) \quad \dots(13.7)$$

ここで (13.6) 式を変形して、(13.8) 式を得る。

$$C(s) = K_P(1+T_D/T_I) \left\{ 1 + \frac{1}{(1+T_D/T_I)T_I \cdot s} + \frac{T_D \cdot s}{(1+T_D/T_I)} \right\} \quad \dots(13.8)$$

(13.7) 式と (13.8) 式から、干渉形 PID から非干渉 PID への変換式は (13.9) 式となる。

$$\left. \begin{aligned} K_p' &= K_p(1 + T_D / T_I) \\ T_I' &= T_I(1 + T_D / T_I) \\ T_D' &= T_D / (1 + T_D / T_I) \end{aligned} \right\} \dots (13.9)$$

(13.9) 式から次のことが言える。

- ①  $T_D = 0$  のとき：変換は不要で、そのまま設定すれば良い。
- ②  $T_D \neq 0$  のとき：変換必要 [(13.9) 式による]

以上の結果をまとめて、実際の PID パラメータ値の変換法を第 13.7 図に示す。

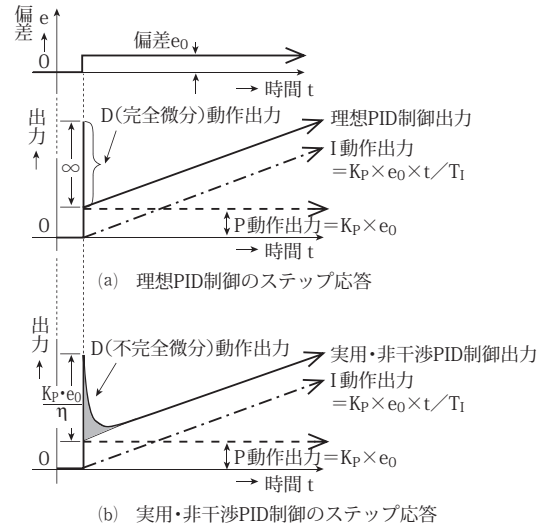
## 7. 偏差ステップ変化に対する応答比較

以上説明したように理想 PID 制御に高周波成分を抑制する 1 次遅れフィルタを付加することによって、実用・干渉形 PID 制御と実用・非干渉形 PID 制御の 2 種類の実用形態が生まれた。一般的に、後者の方が多用されているので、今後は第 13.5 図(b)に示す実用・非干渉形 PID 制御をベースとして説明を展開していく。

これまで説明してきたように、制御動作には比例(P)動作、積分(I)動作および微分(D)動作の 3 つの機能があり、これらを複合させた動作を PID 動作という。また、PID 動作に基づく制御方式を PID 制御と呼んでいる。

ここで、偏差がステップ状に変化したとき、理想 PID 制御と実用形 PID 制御の制御出力がどのような応答を示し、どこが異なるか明確にしておきたい。

第 13.1 図の理想 PID 制御において、偏差をステップ変化させた場合の制御出力の応答を第 13.8 図(a)に示す。理想 PID 制御出力は P 動作出力と I 動作出力と完全微分動作出力を加算合成したものとなっている。一方、第 13.8 図(b)に示す実用形・非干渉形 PID 制御出力は P 動作出力と I 動作出力と不完全微分動作出力を加算合成したものとなっている。この両者の応答を比較すると、P 動作と I 動作の出力は全く同一であるが、D 動作出力が完全微分か、不完全微分かの相違がある。完全微分の場合には、第 13.8 図(a)に示すようにステップ変化時の微分出力が線状となり調節弁などの操作端にエネルギーを与えることができないので、操作端を動かすことができず、微分機能を発揮できない。不完全微分の場合には、第 13.8 図(b)に示すようにステップ変化時の微分出力が面積を持つので、操作端にエネルギーを与えることができ、操作端が応動し、微分機能を発揮させることができる。さらに完全微分のステップ応答出力の大きさは無限大となり、高周波成分を過度に増幅して制御系を不安定にしてしまう。これに対して、不完全微分のステップ応答出力の大きさの最高値が  $1 / \eta$  ( $\eta = 0.125 \sim 0.1$ )、



第 13.8 図 偏差のステップ変化に対する応答比較

つまりステップ入力の大さの 8 ~ 10 倍に抑制されるため、高周波ノイズを含む入力に対する安定性が大きく改善されることになる。これらの 2 つの改善点が実用形態の大きなポイントである。

### <参考文献>

- (1) 広井：『実用アドバンス制御とその応用』、工業技術社 (2003.8)
- (2) 広井：「PID 制御の基礎」テキスト (2003.1)
- (3) 広井：「PID 制御 (その 4) : PD 制御について」連載コラム：プロセス制御を解剖する第 11 回、計装, Vol.42 No.4 (1999)